

Локализованные состояния вблизи нелинейного оптического волновода

И.В. Герасимчук*

Институт Магнетизма НАН Украины и МОНМС Украины,
бульв. Акад. Вернадского, 36б, 03142 Киев, Украина

(Получено 26.10.2012; в отредактированной форме – 17.12.2012; опубликовано online 29.12.2012)

В рамках нелинейного уравнения Шредингера исследованы солитонные состояния, локализованные вблизи нелинейного оптического волновода (дефектного слоя) в оптически линейной среде. Описаны все возможные в такой системе локализованные состояния.

Ключевые слова: Нелинейное уравнение Шредингера, Солитон, Оптический волновод.

PACS numbers: 42.65.Wi, 61.72. – y, 63.20.Pw

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование условий распространения и характера локализации нелинейных волн в периодических и модулированных системах является одной из основных задач динамики нелинейных волн. В последнее время значительное внимание уделяется теоретическим и экспериментальным исследованиям пространственной локализации световых пучков большой мощности. Локализация светового потока в направлении, перпендикулярном направлению его распространения, вследствие нелинейного эффекта Керра была открыта и теоретически описана в работах [1] и [2], соответственно. Как оказалось, такая поперечная локализация светового потока возможна и в линейной оптической среде вблизи плоского волновода [3]. В работе [4] теоретически показано, что в системе плоскопараллельных волноводов при учете Керровской нелинейности возможна локализация пучка на нескольких соседних волноводах (образование пространственного суперсолитона). Позже такая суперлокализация светового потока наблюдалась экспериментально [5], а результаты сравнивались с феноменологической дискретной моделью работы [4].

Однако, поскольку в случае слабой связи волноводов амплитуда поля в них существенно превосходит среднюю амплитуду в окружающей среде, нелинейные керровские слагаемые можно учитывать лишь в областях пространства внутри самих волноводов. Исходя из соображений симметрии, можно заметить, что, например, в системах с квадратичной нелинейностью нелинейные слагаемые должны учитываться только в области волноводов [6]. Аналогично может быть описана система оптических волноводов в вакууме. В этом случае среда вокруг них по определению является линейной. Пример такой системы рассмотрен в работе [7], при этом оптические волноводы описывались только нелинейными слагаемыми.

В настоящей работе, в рамках исследования локализации волн в системах с керровской нелинейностью внутри самих волноводов, изучается проблема локализации солитонных состояний вблизи одного нелинейного волновода или дефектного слоя, и описываются все возможные локализованные моды в такой системе.

2. ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

При описании локализации волн в периодической системе, содержащей большое число идентичных нелинейных оптических волноводов (плоскопараллельных дефектных слоев), плотность функции Лагранжа для медленной огибающей поля $E(z, t)$, где z – направление, перпендикулярное плоскостям параллельных волноводов можно записать в следующем виде:

$$L = \frac{i}{2} \left(E^* \frac{\partial E}{\partial t} - E \frac{\partial E^*}{\partial t} \right) - \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right|^2 + \sigma \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2na) |E|^4 + \alpha \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2na) |E|^2. \quad (2.1)$$

Здесь параметр $\sigma = \pm 1$ характеризует взаимодействие элементарных возбуждений внутри волноводов ($\sigma = +1$ соответствует их взаимному притяжению, $\sigma = -1$ – взаимному отталкиванию) и α – характеристика величины дефектов (их “мощность”).

Уравнение движения в такой модели имеет следующий вид:

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + 2\sigma \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2na) \cdot |E|^2 E = -\alpha \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2na) \cdot E. \quad (2.2)$$

В случае одного нелинейного волновода уравнение (2.2) упрощается:

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + 2\sigma \cdot \delta(z) \cdot |E|^2 E = -\alpha \cdot \delta(z) \cdot E. \quad (2.3)$$

Рассмотрим вначале для случая одного волновода более простую ситуацию, когда волновод описывается только нелинейным слагаемым. Тогда уравнение (2.3) сводится к следующему:

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\beta \cdot \delta(z) \cdot |E|^2 E, \quad (2.4)$$

а его решением для стационарного распространяющегося локализованного пучка является функция

* igor.gera@gmail.com

$$E = E_0 \cdot \exp \{-\varepsilon |z| - i\omega t\}, \quad (2.5)$$

где $\varepsilon = \sqrt{-\omega}$ и $E_0 = \sqrt{2/\beta} \cdot \sqrt{\varepsilon}$. Тогда зависимость частоты волны ω от амплитуды поля имеет такой же вид, как и зависимость частоты ангармонического осциллятора от амплитуды его колебаний:

$$\omega = -0.25\beta^2 E_0^4. \quad (2.6)$$

Если ввести полную “мощность” оптического потока (полное число элементарных возбуждений в системе)

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} |E|^2 dz \quad (2.7)$$

и его полную энергию

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \cdot \left\{ \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right|^2 - \frac{\beta}{2} \delta(z) |E|^4 \right\}, \quad (2.8)$$

то оказывается, что эти величины в данной модели не зависят от частоты ω :

$$N = 2/\beta, \quad W = 0. \quad (2.9)$$

Однако это свойство не является универсальным. При учёте нелинейности среды вокруг волновода, когда в левой части уравнения (2.4) добавляется слабое $2|E|^2 E$, получаем

$$N = \frac{2}{\beta} \cdot \left[1 + \varepsilon\beta - \sqrt{1 + \varepsilon^2\beta^2} \right], \quad (2.10)$$

а при учёте в волноводе лишь линейного показателя преломления, когда правая часть уравнения (2.4) равна $-\beta \cdot \delta(z) \cdot E$, приходим к следующей зависимости [6]:

$$N = 2 \cdot \left(\varepsilon - \frac{\beta}{2} \right). \quad (2.11)$$

Вернемся теперь к исследованию уравнения (2.3). Его решение сводится к решению соответствующего однородного уравнения в областях $z > 0$ и $z < 0$ с граничными условиями при $z = 0$:

$$E|_{z=+0} = E|_{z=-0}, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} \Big|_{z=+0} - \frac{\partial E}{\partial z} \Big|_{z=-0} = - \left(2\sigma |E|^2 E + \alpha E \right) \Big|_{z=0}. \quad (2.13)$$

Будем искать стационарные решения уравнения (2.3) в виде

$$E(z,t) = E(z) \cdot \exp(-i\omega t), \quad (2.14)$$

где $E(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \pm\infty$. В результате получим следующее решение, удовлетворяющее граничным условиям:

$$E(z,t) = \sqrt{\frac{2\varepsilon - \alpha}{2\sigma}} \cdot \exp \{-\varepsilon |z|\} \cdot \exp \{-i\omega t\}. \quad (2.15)$$

Здесь параметр $\varepsilon = \sqrt{-\omega}$, и частота локального колебания

$$\omega_l = -\alpha^2 / 4. \quad (2.16)$$

Подставив решение (2.15) в выражение (2.7), найдем зависимость полного числа элементарных возбуждений в локализованном состоянии от частоты (величины ε):

$$N = \frac{\varepsilon - \alpha/2}{\sigma\varepsilon} = \sigma \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2\varepsilon} \right). \quad (2.17)$$

Выражение для полной энергии имеет теперь вид

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \left\{ \left| \frac{\partial E}{\partial z} \right|^2 - \sigma \delta(z) |E|^4 - \alpha \delta(z) |E|^2 \right\}, \quad (2.18)$$

откуда с учетом решения (2.15) находим зависимость энергии локализованного состояния от частоты:

$$W = -\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\varepsilon - \alpha/2}{\sigma}. \quad (2.19)$$

Исключив частоту из формул (2.17) и (2.19), найдем зависимость $W = W(N)$:

$$W = \frac{\omega_l N}{1 - \sigma N}. \quad (2.20)$$

Зависимости $W = W(N)$ для различных локализованных состояний при значении $|\alpha| = 2$ ($\omega_l = -1$) приведены на рис.1: $\sigma = +1, \alpha > 0$ (кривая 1), $\sigma = +1, \alpha < 0$ (кривая 2) и $\sigma = -1, \alpha > 0$ (кривая 3). Для данного значения $\alpha = 2$ прямая $N = 1$ служит асимптотой для зависимостей 1 и 2. Прямые $W = 1$ и $W = -1$ являются асимптотами для зависимостей 2 и 3 соответственно. При этом зависимости 1 и 3 начинаются в точке $N = W = 1$.

Легко убедиться, что для найденного решения выполняется обычное соотношение $\omega = \partial W / \partial N$ (см., например, [8]), и зависимость частоты от N имеет вид

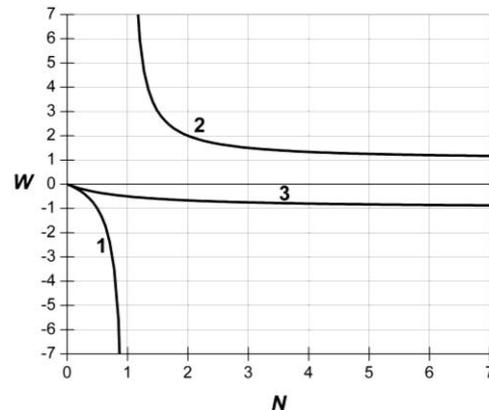


Рис. 1 – Зависимости $W = W(N)$ для различных состояний, локализованных у нелинейного волновода (дефектного слоя) в линейной среде: $\sigma = +1, \alpha > 0$ (кривая 1), $\sigma = +1, \alpha < 0$ (кривая 2) и $\sigma = -1, \alpha > 0$ (кривая 3), при значении $|\alpha| = 2$ ($\omega_l = -1$)

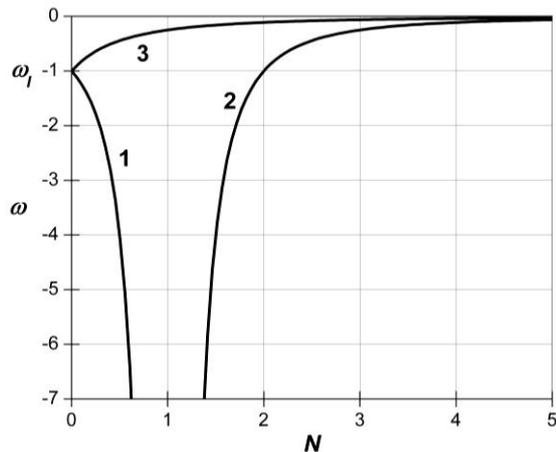


Рис. 2 – Зависимости $W = W(N)$ для различных состояний, локализованных у нелинейного волновода (дефектного слоя) в линейной среде: $\sigma = +1, \alpha > 0$ (кривая 1), $\sigma = +1, \alpha < 0$ (кривая 2) и $\sigma = -1, \alpha > 0$ (кривая 3), при значении $|\alpha| = 2$ ($\omega_l = -1$)

$$\omega = \omega_l (1 - \sigma N)^{-2}. \tag{2.21}$$

При малых значениях N из (2.21) следует, что $\omega \approx \omega_l(1 + 2\sigma N)$. Зависимости $\omega = \omega(N)$ для различных локализованных состояний при значении $|\alpha| = 2$ ($\omega_l = -1$) приведены на рис.2: $\sigma = +1, \alpha > 0$ (кривая 1), $\sigma = +1, \alpha < 0$ (кривая 2) и $\sigma = -1, \alpha > 0$ (кривая 3). Для данного значения $\alpha = 2$ прямая $N = 1$ служит асимптотой для зависимостей 1 и 2. Ось $\omega = 0$ является асимптотой для зависимостей 2 и 3.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе с помощью предложенной модели в рамках нелинейного уравнения

Шредингера (НУШ) в оптически линейной среде описаны все возможные локализованные вблизи нелинейного волновода состояния. Рассмотрены два основных случая: когда волновод описывается только нелинейным слагаемым (2.4) и когда в описании волновода учитывается и линейный вклад (2.3) (исследованы все возможные комбинации знаков параметров σ и α). Показано, что локализованные вблизи нелинейного волновода состояния возможны при любом знаке ангармонизма (произвольный знак σ) в случае притяжения элементарных возбуждений к волноводу ($\alpha > 0$). Найдено, что при взаимном отталкивании между элементарными возбуждениями внутри волновода ($\sigma = -1$) локализованные состояния возможны только в случае $\alpha > 0$. Т.е., локализованные состояния вблизи притягивающего волновода возможны даже при отталкивающем характере взаимодействия между возбуждениями внутри волновода. С помощью предложенной теоретической модели найдены основные характеристики системы.

Изученная система представляет собой первый этап на пути исследования локализованных состояний в периодической последовательности плоскопараллельных нелинейных волноводов, когда “мощность” дефектных слоев существенна (волноводы сильно притягивают элементарные возбуждения) и/или волноводы слабо связаны между собой (амплитуда волны в волноводах существенно превосходит амплитуду в области между слоями). Такие системы имеют широкий спектр важных физических приложений от нелинейной динамики твердого тела до нелинейных фотонных кристаллов и периодических систем волноводов в нелинейной оптике [9]. Особенно это касается разнообразных случаев применения теории для периодических систем нелинейных оптических волноводов в модулированных (слоистых) оптических средах.

Localized States Near a Nonlinear Optical Waveguide

I.V. Gerasimchuk

Institute of Magnetism, National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science, Youth and Sports of Ukraine, 36b, Vernadsky Blvd., 03142 Kyiv, Ukraine

In the framework of nonlinear Schrödinger equation the soliton states localized near a nonlinear optical waveguide (defect layer) in optically linear medium are investigated. All the possible localized states in such a system are described.

Keywords: Nonlinear Schrödinger equation, Soliton, Optical waveguide.

Локалізовані стани поблизу нелінійного оптичного хвилеводу

I.В. Герасимчук

Інститут магнетизму НАН України та МОНМС України, бульв. Акад. Вернадського, 36-б, 03142 Київ, Україна

В рамках нелінійного рівняння Шредингера досліджено солітонні стани, які локалізовані поблизу нелінійного оптичного хвилеводу (дефектного шару) в оптично лінійному середовищі. Описано всі можливі в такій системі локалізовані стани.

Ключові слова: Нелінійне рівняння Шредингера, Солітон, Оптичний хвилевод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R.Y. Chiao, E. Garmire, C.H. Townes, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 479 (1964).
2. В.Е. Захаров, А.Б. Шабат, *Письма в ЖЭТФ* **61**, 118 (1971) (V.E. Zakharov, A.B. Shabat, *Sov. Phys. JETP* **34**, 62 (1972)).
3. A. Barthelemy, S. Maneuf, C. Froehly, *Opt. Commun.* **55**, 201 (1985).
4. A.B. Aceves, C. De Angelis, T. Peschel, R. Muschall, F. Lederer, S. Trillo, S. Wabnitz, *Phys. Rev. E* **53**, 1172 (1996).
5. H.S. Eisenberg, Y. Silberberg, R. Morandotti, A.R. Boyd, J.S. Aitchison, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3383 (1998).
6. М.М. Богдан, И.В. Герасимчук, А.С. Ковалев, *Физика низких температур* **23**, 197 (1997) (M.M. Bogdan, I.V. Gerasimchuk, and A.S. Kovalev, *Low Temp. Phys.* **23**, 145 (1997)).
7. I.V. Gerasimchuk and A.S. Kovalev, *J. Phys.: Condens. Matter* **13**, L885 (2001).
8. А.М. Косевич, А.С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую механику* (Киев: Наукова Думка: 1989).
9. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал, *Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов* (Москва: Физматлит: 2005).